

# CAS - KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE OBLICZEŃ

CAS (Computer Algebra System), czyli system algebry komputerowej lub komputerowy system obliczeń numerycznych, to program wspomagający obliczenia w różnych dyscyplinach nauk technicznych (matematyka, fizyka itp.). Do typowych zadań programów CAS zaliczamy obliczanie równań wielu zmiennych, równań różniczkowych, wielomianów, macierzy, całek, pochodnych i wielu innych oraz rysowanie wykresów funkcji.

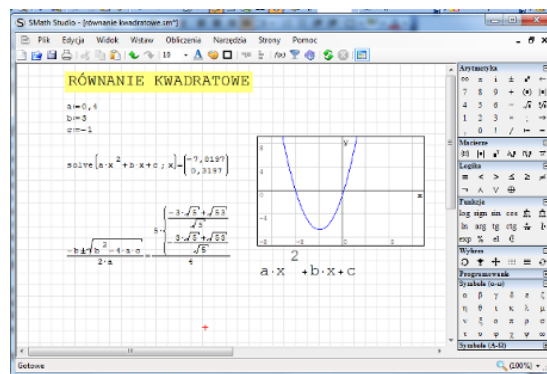
Jakie komputerowe narzędzia obliczeniowe potrzebne są współczesnemu inżynierowi? Rolę zwykłego kalkulatora przejął oczywiście komputer, na którym można uruchamiać wiele różnorodnych programów obliczeniowych: specjalnie przygotowanych do wykonania konkretnego zadania na stanowisku lub programów ogólnego przeznaczenia, które można samodzielnie dopasowywać do własnych potrzeb. Wśród tych drugich wyróżnić możemy: arkusze kalkulacyjne (np. Excel), uniwersalne programy matematyczne (np. MathCad, MathLab, Mathematica, SMathStudio, Maxima, itp.) oraz języki programowania (np. Basic, Pascal, C, itp.).

Kolejne lekcje poświęcone zostały uniwersalnym programom, wśród których wyróżniają się MathCad i MathLab. Są to programy komercyjne. Spośród darmowych wyróżnia się m.in. SMathStudio i to na nim zostały opracowane kolejne lekcje. Program działa zgodnie z hasłem WYSIWYG (What-You-See-Is-What-You-Get) - tworzone dokumenty wyglądają tak, jak będą wydrukowane lub umieszczone na stronie WWW.

I na koniec tych ogólnych rozważań myśl, która powinna przyświecać przyszłym inżynierom. Inżynier powinien otrzymać poprawny wynik, a sposób liczenia nie jest ważny. Można zmarnować mnóstwo czasu na wypełnianie wiele stron wzorami i przekształceniami, albo posłużyć się komputerem, który ma odpowiedni program.

## Ekran

Jak każdy program „wizualny”, tak i SMathStudio pokazuje na ekranie to, co zostanie wydrukowane. Edycja też nie odbiega od ogólnie przyjętych standardów, choć specyfika programu narzuca pewne ograniczenia i charakterystyczne rozwiązania. Prawa strona zawiera palety z symbolami matematycznymi, które można wybierać myszką w trakcie edycji dokumentu. Poszczególne elementy systemu zostaną omówione w trakcie kolejnych ćwiczeń.



## CAS, jako kalkulator

**Regiony**, to inaczej pola, w których umieszczamy teksty i prowadzimy obliczenia. Regiony można kolorować. Regiony można usuwać i ponownie edytować. Regiony można kopiować: CTRL+ C, V, X lub za pomocą przeciągania z wciśniętym klawiszem CTRL. Aby przesunąć region należy go najpierw zaznaczyć przez przeciągnięcie (niebieski kolor regionu). Kartkę z obliczeniami można skalować – CTRL + kółko myszy.

### Wprowadzanie tekstów

Klikamy myszką w dowolne miejsce kartki i wpisujemy tekst. ENTER - zakończenie wpisywania, zakończenie regionu tekstowego. SHIFT+ENTER - przejście do nowego wiersza w regionie. Podczas edycji regionów obliczeniowych należy zwracać uwagę na położenie kursora w równaniu.

### ĆWICZENIE 1 - wpisywanie i poprawianie

- Wpisz:  $2 + 2 =$   
pojawi się wynik: 4
- Naciśnij ENTER  
koniec pracy w regionie

$$2 + 2 = 4$$

- Kliknij w region
- Przesuń kursor w odpowiednie miejsce
- Usuń liczbę i wpisz inną
- Naciśnij ENTER

$$2 + 2 =$$
$$2 + 3 = 5$$

### Podstawowe działania arytmetyczne

#### Dzielenie

„/” - po wpisaniu znaku pojawia się kreska ułamkowa i drugą liczbę wpisujemy w mianowniku

$$\frac{2}{3} = 0,6667$$

$$2 \cdot 4 = 8$$

#### Mnożenie

„\*” - po wpisaniu znaku pojawia się kropka „.”  
Nie wolno pomijać znaku mnożenia w działaniach

$$2^3 = 8$$

$$\sqrt{4} = 2$$

#### Potęgowanie

„^” - po wpisaniu znaku pojawia się indeks górny

$$(2 + 2) \cdot 4 = 16$$

#### Pierwiastkowanie

„√” - pojawia się symbol pierwiastka kwadratowego  
CTRL+”\” - pierwiastek dowolnego stopnia

$$2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = 1,7818$$

#### Nawiasy

„(” i „)”

#### Silnia

„!” - silnia, np.  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

## Funkcje

Podstawowe funkcje podane są z prawej strony na palecie, natomiast wszystkie funkcje dostępne są w menu: Wstaw / Funkcja.

Nie wolno pomijać nawiasów, tak jak się przyzwyczaili „niechlujnie” robić to matematycy i zamiast  $\sin(x)$  piszą  $\sin x$ . Obowiązuje konwencja zapisu, jak w arkuszu kalkulacyjnym. Argumentami funkcji trygonometrycznych są liczby podawane w radianach. Przeliczenie na postać bardziej zrozumiałą pokazuje przykład z prawej strony. Aby uzyskać greckie litery: mała litera alfabetu i CTRL+G, np. „a” zamieni się na „α”, „p” na „π”, itp.

$$\sin\left(30 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0,866$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

### CTRL+ . (kropka) postać ułamkowa (symboliczna)

Przykład z prawej strony pokazuje ciekawą własność programu. Naciśnięcie klawisza „=” powoduje normalne obliczenie wartości wyrażenia. Natomiast kombinacja klawiszy CTRL+. (kropka) spowoduje pokazanie wyniku w postaci ułamkowej (symbolicznej).

$$\sin(60) = \blacksquare \blacksquare$$

## Stałe fizyczne i jednostki

Program potrafi przeliczać jednostki fizyczne i matematyczne

### ĆWICZENIE 2 – miara kątowa

wpisz: sin TAB 60

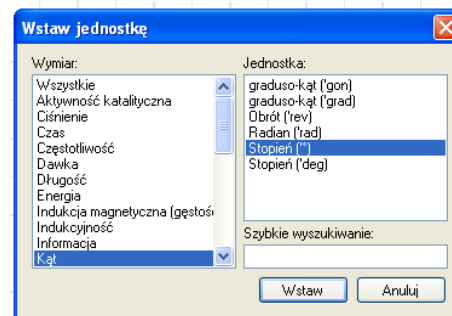
wybierz z menu: Wstaw / Jednostka

w oknie wybierz Wymiar: Kąt i Jednostka: Stopień

wybierz przycisk Wstaw

wpisz: „=” ENTER lub CTRL+”.”

zostanie wyliczony sinus 60° w mierze kątowej



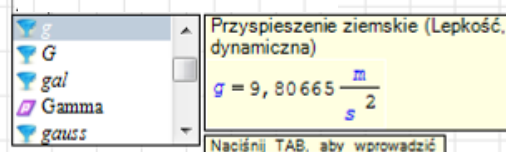
### ĆWICZENIE 3 - przyspieszenie ziemskie

- Wpisz znak: g
- Wybierz z menu odpowiedni symbol (tutaj pierwszy na liście)
- Naciśnij TAB

Na ekranie pojawi się pochylony znak „g” koloru niebieskiego

- Naciśnij znak równości i ENTER

$$g = 9,8066 \frac{m}{s^2}$$



### ĆWICZENIE 4 - nadawanie jednostki

- Wpisz: 100
- Z menu wybierz Wstaw / Jednostka
- Odszukaj Długość i Metr i wybierz przycisk Wstaw
- Wciśnij TAB i wpisz: /
- Z menu wybierz Wstaw jednostkę lub CTRL+W
- Odszukaj Czas i Sekunda i wybierz przycisk Wstaw
- Wciśnij TAB i wpisz: ^ 2 naciśnij ENTER

$$100 \frac{m}{s^2}$$

### ĆWICZENIE 5 - wyliczanie jednostek

- Wpisz: 100 m TAB / s TAB → → 20 s TAB → → = ENTER

Jednostki zostały automatycznie przeliczone

$$\frac{100 \frac{m}{s}}{20 s} = 5 \frac{m}{s}$$

Co ciekawe, program potrafi automatycznie zamieniać jednostki do układu SI

$$10 A \cdot 100 s = 1000 C$$

### ĆWICZENIE 6 - przeliczanie jednostek SI

- Wpisz: 100 A TAB \* 10 s TAB = ENTER

Przepływ prądu w czasie daje jednostkę pojemności

- Wpisz: 100 kg TAB \* m TAB \* s TAB ^ -2 = ENTER

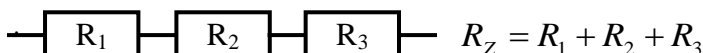
Zwróć uwagę, że nie widać znaków mnożenia pomiędzy jednostkami, choć wpisane być muszą.

- Wpisz: 100 m TAB / s TAB → = → → km TAB / hr TAB ENTER

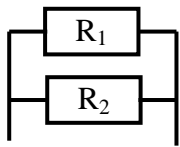
$$100 \frac{m}{s} = 360 \frac{km}{hr}$$

### ĆWICZENIE 7 - oporniki

Wylicz opór zastępczy układu pokazanego na załączonym rysunku wpisując ogólny wzór na opór zastępczy układu. Wszystkie oporniki mają oporność  $R=2\Omega$ . Wylicz również w postaci ułamkowej.



$$2 + 2 + 2 = 6$$



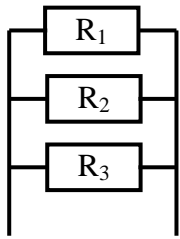
$$\frac{1}{R_Z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_Z = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \text{ lub } R_Z = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

$$\frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 1$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 0,6667$$

$$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2} = 0,6667$$

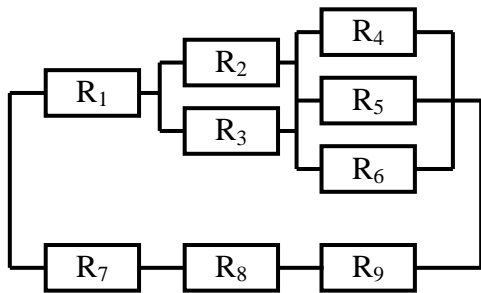


$$\frac{1}{R_Z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_Z = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3} \text{ lub } \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

### ĆWICZENIE 8 - opór zastępczy

Wylicz opór zastępczy układu pokazanego na załączonym rysunku wpisując ogólny wzór na opór zastępczy układu. Wszystkie oporniki mają oporność  $R=2\Omega$ .

Zadanie rozwiązano dwoma sposobami



$$\frac{\left(2 + \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} + \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2}\right) \cdot (2 + 2 + 2)}{2 + \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} + \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2} + 2 + 2 + 2} = \frac{66}{29}$$

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}} + \frac{1}{2 + 2 + 2} = \frac{66}{29}$$

### Konwencja zapisu

Aby podczas opisu wpisywanych znaków i wciskanych klawiszy nie spowodować zbędnego chaosu zastosowano podczas omawiania kolejnych lekcji następujące zasady:

- początek sekwencji zawsze po słowie „Wpisz:”
- wpisywane znaki z reguły małymi literami lub cyframi oddzielone odstępem, np.:  $100 \text{ kg} * 2 + 2 / ( " \times R1$
- wciskane klawisze lub kombinacje zawsze dużymi literami, np.: ENTER CTRL+M CTRL+. → TAB

### ZADANIA

Oblicz wyrażenia. Sprawdź wyniki używając znaku „=” i CTRL+.

$$\sqrt{2^2 + 4^2}$$

$$5 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$$

$$1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} \quad 3 \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5 + \sqrt{3 - \frac{1}{5 + 3}}}{\ln\left(3 + \frac{5}{4}\right) + \exp\left(-\frac{1}{10}\right)}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{3 + \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)}}$$

$$\frac{10000000000 \cdot 10^{-30} + 0,0000000002^{30}}{\frac{3e^{20}}{4e^{-15}}} = \frac{500000000000 + 6 \cdot 10^{10}}{}$$

$$\frac{1+2}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{5+6}$$

$$\frac{5}{\sqrt{5}} \sqrt{5 + \sqrt{5}}$$

$$\frac{5}{12} a^3 (3 + \sqrt{5})$$

$$\frac{a^2}{4} \sqrt{5} \sqrt{5 + 2\sqrt{5}}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{3}}}}}} =$$

Oblicz opór zastępczy układu

